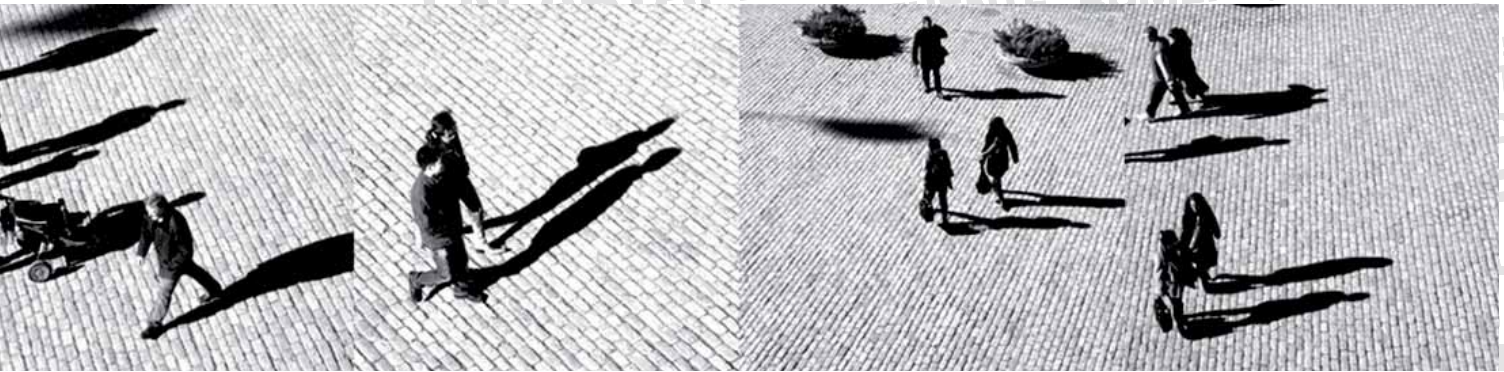

*Foto por Visserliigen (www.flickr.com)

MODELIZACIÓN Y SIMULACIÓN.

LA ASIGNACIÓN ALFABÉTICA DE APELLIDOS



POR
ANDRÉS CRUZ

Modelización y simulación.
La asignación alfabética de apellidos

Como ejemplo del uso de la modelización y posterior simulación de una hipótesis, presento el caso de la reciente propuesta, por parte del Gobierno Español, de dilucidar las discrepancias entre los cónyuges sobre el orden de los apellidos de su prole imponiendo el primer apellido por orden alfabético. El resultado sobre la diversidad de apellidos de una población es que, a población constante, en unas pocas generaciones (del orden de tres decenas si todas las parejas optan por el orden alfabético), solo queda un único apellido. Se estudia también la disminución en porcentaje de los apellidos al cabo de cuatro generaciones en función del porcentaje de parejas que eligen el orden alfabético, así como la dependencia del número de generaciones al cabo de las que solo queda un apellido con el tamaño de la población y la influencia de los crecimientos demográficos de diversa índole en el comportamiento del modelo.

INTRODUCCIÓN

Uno de los métodos de investigación científica es la invención de modelos para ciertos fenómenos, y su estudio y simulación numérica para intentar entender dichos fenómenos. Quizá el ejemplo más famoso sea el modelo de Ising.[1] El modelo fue propuesto por W. Lenz a Ising, como parte de su Tesis Doctoral, y es un ejemplo de la esencia de un modelo. El fenómeno a estudiar es el ferromagnetismo de los materiales que, en detalle, es un fenómeno complejísimo que exige, para su formulación, el estudio cuántico de la interacción de átomos en un retículo cristalino. El genio de Lenz fue simplificar dicha interacción al acoplamiento de dos variables, s_x, s_y, capaces de tomar dos valores, +1, -1, representativas de los momentos magnéticos de los átomos situados en los puntos del retículo cristalino **x** e **y**, mediante un acoplamiento *J* que puede tomar los valores +1 o -1 , para dar cuenta de la interacción ferro o antiferromagnética, respectivamente. La energía magnética del sistema viene dada por la expresión:

$$H = -\sum_{<xy>} J s_x s_y$$

donde <> significa primeros vecinos. Este aparentemente sencillo modelo fue resuelto por Ising en una dimensión, no encontrando transición de fase a temperatura diferente del cero absoluto, y asumiendo, erróneamente, que el resultado era extensible a otras dimensiones. No fue hasta 1944 cuando L. Onsager[2] consiguió demostrar analíticamente que el modelo, en dos dimensiones, presenta una transición de fase a una temperatura *Tc*, por debajo de la cual el sistema está ordenado con magnetización no nula, estando desordenado por encima, con magnetización nula. Los esfuerzos por extender la demostración analítica a dimensiones finitas superiores han sido baldíos hasta la fecha, así que todo el progreso cuantitativo se ha hecho mediante simulaciones numéricas.

Pero este artículo no es sobre el Modelo de Ising, al que solo he nombrado como ejemplo paradigmático de la dualidad modelación/simulación. El asunto de que se trata es más bien sociológico, y es un estudio numérico de un modelo del funcionamiento de la reciente propuesta de imposición del primer apellido de la prole por orden alfabético de los primeros apellidos de los cónyuges, en caso de desavenencia de la pareja con el sistema patriarcal imperante.

EL MODELO

En este caso, el modelo se establece mediante un algoritmo que describe la atribución de apellidos de una pareja a la prole. Se considera una población de *Nhab* parejas fértiles, que tienen en su vida una pareja de hijos. Cuando todas las parejas han tenido la parejita, y hasta que los hijos tengan a su vez prole, ha transcurrido una generación.

Cada miembro de la lista de *Nhab* padres parte con un apellido pd[*i*] que se le da al azar, con distribución de probabilidad en forma de tejado (ver fig. 1), para tener en cuenta groseramente la no uniformidad de la distribución de apellidos, de una lista de *Napel* apellidos, y análogamente para la lista de *Nhab* madres, con md[*i*]. Se puede pensar que las listas están dispuestas en dos ruedas dentadas engranadas de *Nhab* dientes, con un apellido paterno en cada diente de la rueda de la izquierda, y uno materno en el hueco de la rueda de la derecha. Los apellidos enfrentados, pd[*i*] y md[*i*], están dispuestos al azar. Una generación transcurre cuando ambas ruedas engranadas han girado una vuelta completa. Antes de iniciar cada vuelta, se desengranan las ruedas, y una de ellas recibe un giro al azar, *eros*, entre 0 y *Nhab-1*, que es la flecha lanzada por Cupido, de manera que el apellido paterno pd[*i*] se enfrenta con el materno *md[i+eros]* al girar las ruedas nuevamente engranadas. En este encuentro se produce el nacimiento de la nueva pareja, cuyos apellidos sustituyen en el futuro a los de los progenitores. Esta sustitución procede con el siguiente protocolo: en el doble nacimiento, los padres deciden si adoptan para su progenie el orden alfabético con probabilidad *palf*, o el ordenamiento patriarcal, es decir, hijo e hija heredan el apellido del padre pd[*i*] con probabilidad *pptr = 1-pal f.*

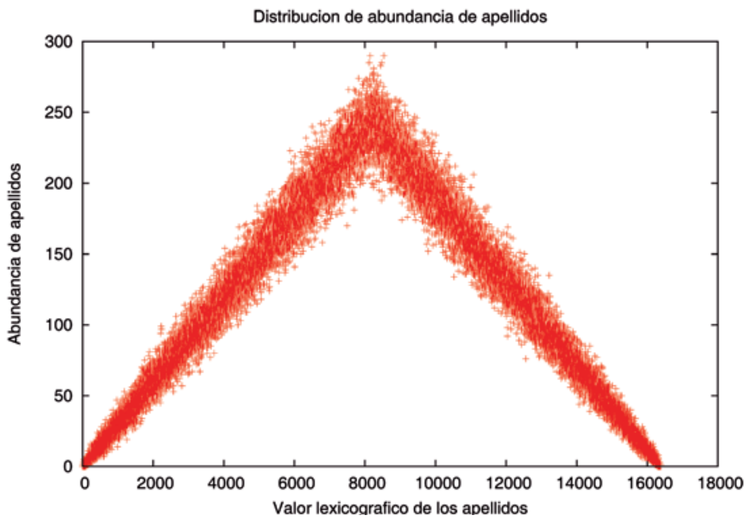


Figura 1: distribución de probabilidad de los apellidos.

1. Ising, E. , Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus, Z. Phys., 31, 253 (1925).
2. Onsager, L., Crystal statistics I. A two-dimensional model with an order-disorder transition, Phys. Rev. (2) 65, 117, (1944).

Modelización y simulación.
La asignación alfabética de apellidos

El modelo describe, pues, una población con número constante *Nhab* de habitantes masculinos y *Nhab* femeninos, cada una de cuyas parejas tienen una prole de exactamente un hijo y una hija, que eventualmente los sustituyen como miembros de diferentes parejas fértiles, dispuestas por *eros*.

Es obvio que el sistema patriarcal de transmisión de los apellidos (el segundo apellido no desempeña ningún papel en el modelo) conserva la distribución inicial de apellidos de los padres, y la transmite a las madres, pues el mecanismo de las ruedas engranadas se limita a producir en la rueda de las madres una copia de la distribución de los padres desfasada en *eros*.

En la implementación informática de este algoritmo, no hay apellidos, sino los números (enteros sin signo) entre 0 y *Napel-1* que dan el orden alfabético, o masa lexicográfica, de los mismos.

Las ruedas no son tales, sino listas, y el papel de *eros* es el de un desfase de la lista de madres, respecto a la de padres, mientras que el funcionamiento cíclico de las ruedas se implementa tomando como índice de la lista demadres el *i+eros*, módulo *Nhab* (md [*(i+eros) %Nhab*] en C).

En cada generación se va comprobando si todos los apellidos de los padres son iguales, y cuando esto sucede se interrumpe la iteración de generaciones.

LA SIMULACIÓN

La simulación se inicia con $Nhab = 1{,}000.000$, con $16384 = 2^{14}$ apellidos. Esto corresponde aproximadamente a una población de unos 4 millones de habitantes. Se ha barrido la probabilidad de elección alfabética *palf* desde 1, 0 a 0, 1 en pasos de 0, 1, deteniendo la iteración como se ha descrito arriba cuando todos los apellidos paternos son iguales. El valor $palf = 0{,}0$ no se simula, pues como se ha indicado arriba, es una asíntota vertical del número de generaciones necesario para reducir los apellidos a uno único. Con todos los demás valores de *palf* se alcanza el único apellido eventualmente.

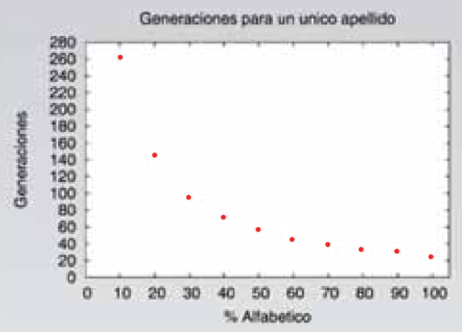


Figura 2: generaciones necesarias para reducir la variedad a un único apellido en función del porcentaje de elección alfabética.

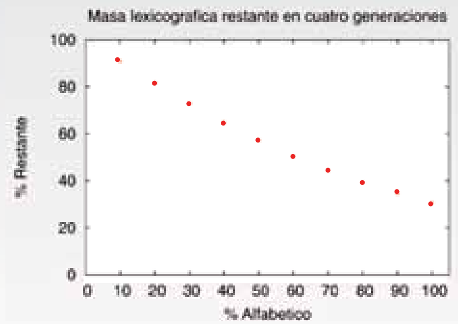


Figura 3: porcentaje de masa lexicográfica restante tras cuatro generaciones en función del porcentaje de elección alfabética.

En fig. 2 se representa el número de generaciones al cabo del cual no queda más que un único apellido, en función del tanto por ciento de parejas que eligen el orden alfabético. Para el 100% de elección alfabética, el número de generaciones es 25. En fig. 3 se representa el porcentaje de masa lexicográfica restante al cabo de 4 generaciones, que se toman como la duración de una vida. En esta gráfica, a $palf = 100\%$ queda el 30% de la masa lexicográfica, y a $palf = 80\%$ el 39%. Esto da una idea de lo rápidamente que van desapareciendo los apellidos. Otro punto a señalar de esta gráfica es el $palf = 0\%$. Corresponde al sistema de transmisión patriarcal imperante en el momento, que, como se ha mencionado más arriba, preserva la distribución de apellidos, como denuncia el valor 100% para la masa lexicográfica restante, que indica que se conserva toda la masa incial, es decir, que los apellidos se mueven, sin desaparecer. Otra figura interesante es la fig. 4, que es una imagen tridimensional de la distribución de apellidos al principio de cada generación, normalizada al de máxima aparición, para el caso de 100% de elección alfabética. En ella puede verse cómo el máximo de la distribución se va acercando a los primeros apellidos, de manera que a partir de la décima generación toda la población está concentrada en los pocos primeros apellidos, hasta que en la generación 25 toda la población tiene un único apellido, el primero.

OTROS RESULTADOS

Población infinita

Para superar la limitación de población, se ha hecho una extrapolación, que podríamos llamar *límite termodinámico*, a población infinita, manteniendo la razón *Napel/Nhab* fija. Para ello, se ha repetido la simulación para $palf = 1, 0$ diez veces con cada valor de *Nhab* en la sucesión $2{,}000.000$, $1{,}000.000$, 500.000, 250.000, lo que permite estimar *Ngun*, el número de generaciones para un único apellido, con un error para cada valor de *Nhab*.

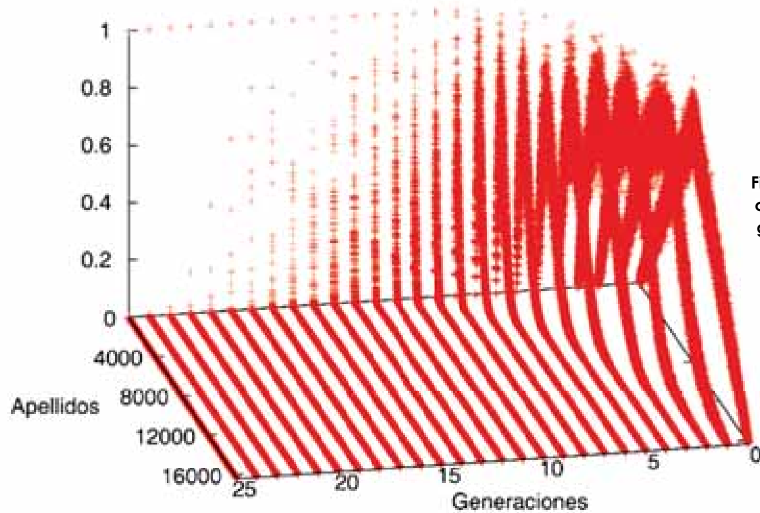


Figura 4: evolución con el numero de generaciones de la distribución de apellidos.

Modelización y simulación.
La asignación alfabética de apellidos

*Foto por Cougar-Studio (www.flickr.com)

La fig. 5 muestra los valores $Ngun$ con su error en función de $1/Nhab$, y el resultado de su ajuste a la función $y(x) = y_0 + a/(x\text{-}x_0)$, sugerida por la forma de los datos. Es interesante señalar que en esta gráfica, $x = 0$ corresponde a $Nhab = \infty$, y el hecho de que el ajuste arroje $x_0 = -2{,}53(10^{-6}) \pm 1{,}26(10^{-8})$ implica que la curva corta el eje de ordenadas, y el valor límite $Ngun_{\infty} = 27,\ 15 \pm 0{,}25$ es finito.

También cabe comentar que la curva ajustada da una idea de la dependencia estática del número de generaciones con la variación de la población.

Crecimiento demográfico vegetativo

El crecimiento vegetativo puede tenerse en cuenta de una forma más dinámica del siguiente modo. Para una tasa fija de crecimiento demográfico, *tcd*, al final de cada iteración (generación), se añade la fracción de población $tcdxNhab$ con la distribución de apellidos imperante en el momento, puesto que es población que procede de la actual. Esto se hace rellenando los apellidos de la nueva población eligiendolos al azar entre los de la población existente. Esto equivale a que alguna pareja hubiese tenido más prole, no necesariamente por parejas, aunque el equilibrio global entre padres y madres se conserva. Se ha simulado este proceso de crecimiento para una población inicial de $nhab = 250.000$ habitantes, con 4098 apellidos. La razón de elegir esta pequeña población, la más baja contemplada en la fig. 5, es que el crecimiento hace desbordar enseguida las posibilidades del ordenador, como se comentará más adelante incluso para este caso tan contenido. La fig. 6 muestra los resultados de las simulaciones con tasas porcentuales de $tcd = 0,\ 01\%$, $0{,}1\%$ y 1%. Se ha incluido, para comparación, la simulación a la misma población usada en fig. 5, que corresponde a $tcd = 0\%$. Como puede observarse, hasta $palf \leq 20\%$ apenas hay diferencia entre los cuatro casos, manteniéndose el resultado de llegar a un único apellido en un número finito de generaciones. No obstante, en este punto hay que advertir que el resultado a estos valores es meramente académico, pues el número de generaciones necesario es del orden de 120, que, a 20 años por generación, corresponde a 2400 años, un periodo durante el que no es pensable que ninguna ley (¡excepto la de transmisión patriarcal!) se mantenga.

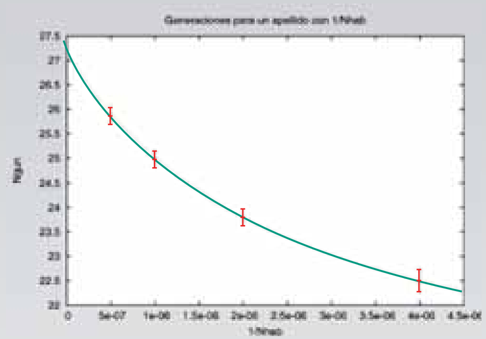


Figura 5: número de generaciones para un apellido con la inversa de la población.

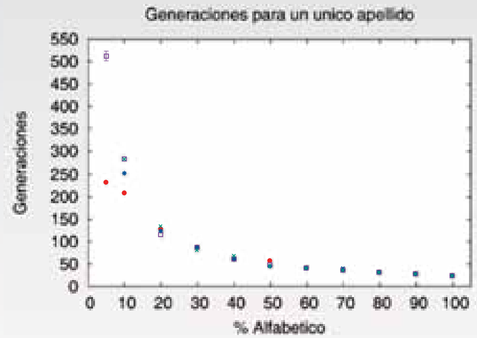


Figura 6: generaciones necesarias para reducir la variedad a un único apellido en función del porcentaje de elección alfabética, a diversos valores de la tasa de crecimiento demográfico.

A valores menores de la tasa alfabética, 10% y 5%, a la academicidad del resultado sobre el número de generaciones, que llega hasta las 513, se une el del aumento demográfico, que alcanza factores de 164.

Crecimiento demográfico externo

La influencia del crecimiento demográfico de origen externo, debido a la inmigración, puede simularse añadiendo la población $tcdxNhab$ con la distribución original, la del tejado o la uniforme. A valores altos de la tasa de crecimiento, $tcd \geq 0,\ 1\%$, solo cuando la asignación es puramente alfabética, es decir, la tasa de asignación patriarcal es $pptr = 0$, se llega eventualmente

*http://www.deviantart.com

a un único apellido. A $pptr > 10\%$ **se mantiene la diversidad de apellidos**. Al disminuir la tasa de crecimiento tcd, se produce una especie de transición de fase, y se llega a un único apellido a tasas de asignación patriarcal crecientes con tasas de crecimiento decrecientes. La fig. 7 muestra el valor más alto de la tasa patriarcal al que se llega a un apellido, frente al logaritmo de la inversa de la tasa de crecimiento, o posición del 1 en la expresión $tcd = 0,00001$.

Este comportamiento es el reflejo de la dificultad que la asignación alfabética encuentra para eliminar los nuevos apellidos que van entrando con la inmigración. Si ésta es muy alta, solo puede eliminarlos si la asignación es puramente alfabética. A medida que la inmigración va siendo menor, la asignación alfabética en competición con la patriarcal va imponiendo el apellido único.

CONCLUSIONES

El presente ha resultado ser un buen ejemplo de las propiedades ideales de un modelo. Es simple, pero esconde una riqueza inusitada, pues ligeras modificaciones permiten explorar escenarios ajenos a las hipótesis iniciales del modelo.

Así, el modelo y su simulación han conducido a los siguientes resultados:

- A población constante finita, la variedad de apellidos va disminuyendo generación tras generación hasta quedar reducida a un único apellido, en un número de generaciones que oscila, para una población de 1,000.000 de parejas fértiles, entre 25, para 100% de asignación alfabética, y 260 para el 10% (fig. 2).

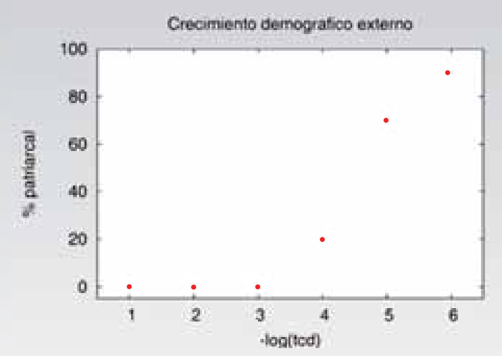
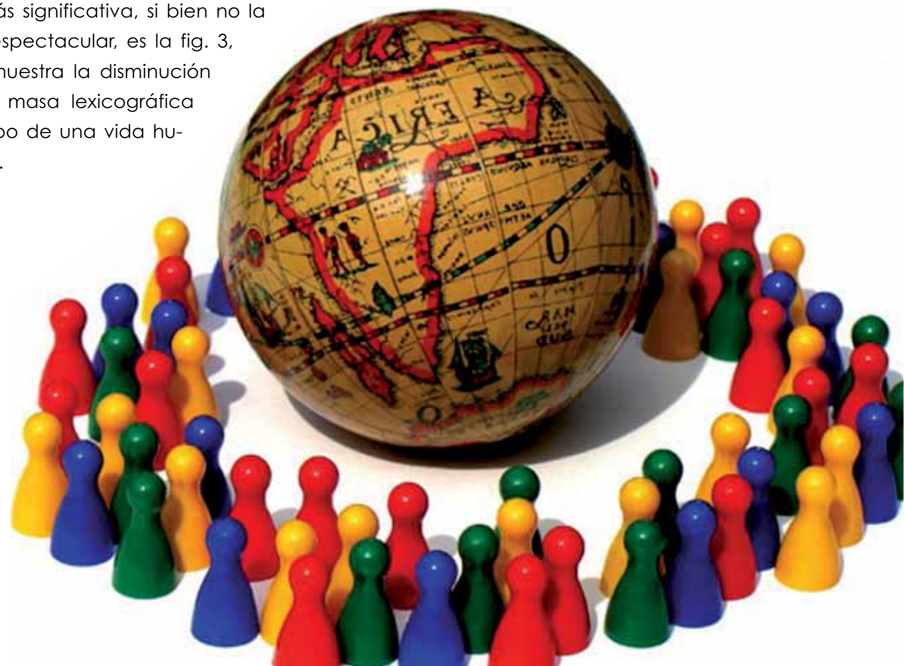


Figura 7: tasa de la máxima asignación patriarcal a la que se llega a un solo apellido con el logaritmo de la inversa de la tasa de inmigración.

- En las mismas condiciones, manteniendo la razón $Napel/Nhab$ fija, la extrapolación a población infinita muestra que el resultado se mantiene, con un único apellido al cabo de 27 generaciones al 100% de asignación alfabética (fig. 5).
- El crecimiento demográfico vegetativo puede incluirse facilmente en el modelo, lo que lo hace mucho más realista, al equivaler a levantar las restricciones del modelo original en cuanto a la exigencia de prole fija, restringida a una sola pareja de hijo-hija por pareja de progenitores. A tasas de asignación alfabética superiores al 10%, el resultado de un solo apellido se mantiene para tasas de crecimiento entre el 0% y el 1 por 10.000 (fig. 6). A tasas alfabéticas menores, el resultado, que se mantiene formalmente, deja de ser significativo, pues va acompañado de un crecimiento de población insostenible,lo que denuncia limitaciones del modelo.
- El crecimiento demografico exterior (inmigración) también puede simularse, y presenta un comportamiento muy diferente al vegetativo. A valores grandes de la tasa de crecimiento, $tcd \geq 0,1\%$, cualquier proporción de elección patriarcal mantiene la diversidad, es decir, no conduce a un único apellido. Al disminuir tcd se recupera el apellido único a tasas patriarcales *pptr* crecientes, como se observa en la fig. 7.
- En todo caso hay que advertir que el número de generaciones necesario para la total reducción a un único apellido es, para tasas de asignación alfabética menores del 20%, del orden de 120, que es un número de años comparable a la duración de la Era Cristiana.
- Esto dicho, la reducción de apellidos se mantiene en general, y quizá la gráfica más significativa, si bien no la más espectacular, es la fig. 3, que muestra la disminución de la masa lexicográfica al cabo de una vida humana.



*http://www.eldiario24.com

RECONOCIMIENTOS

Quiero expresar mi gratitud al Dr. Yamir Moreno, por su interés en este trabajo y sus comentarios, comunicaciones y sugerencias.

Andrés Cruz

Miembro del Senatus Científico
Dpto. de Física Teórica
Facultad de Ciencias
Universidad de Zaragoza

Instituto de Biocomputación y Física de Sistemas Complejos
Universidad de Zaragoza

andres@unizar.es