¿ERROR O INCERTIDUMBRE?

POR RAFAEL NÚÑEZ-LAGOS

"Exactitud y precisión son dos vocablos cuyos conceptos no suelen estar muy claros y con frecuencia se aplican indistintamente."

*Foto por *javier1949* (www.flickr.com)

Instituto Nacional de Estadísitca, Madrid.

INTRODUCCIÓN

Supongamos que el peso de una moneda resultase ser m = 10,56 ± ± 0,05g y preguntásemos a diversas personas, incluidos científicos, qué quiere decir ese ±0,05g que se añade al valor. Sin duda obtendríamos variadas respuestas. Hay quien afirmaría que es el error de la medida, otros dirían que es la precisión con que está hecha, hay quien hablaría de la incertidumbre del resultado, otros aseverarían que indica que el peso lo mismo podría ser m = 10,56 - 0,05g = = 10,51g que m = 10,56 + 0,05g = 10,61g etc. Es claro que todos ellos pretenden decir con palabras que ese ±0,05 g es una forma de asegurar que el resultado no se conoce bien del todo, unos dirían que no se conoce de manera precisa y otros que no se conoce exactamente. Exactitud y precisión son dos vocablos cuyos conceptos no suelen estar muy claros y con frecuencia se aplican indistintamente. El propio diccionario de la Real Academia de la Lengua Española dice que precisión, en su acepción 2, es: "determinación, *exactitud*, puntualidad, concisión". Es, por tanto, lógico que el común de las personas use indistintamente exactitud y precisión, y lo mismo sucede con otros dos vocablos íntimamente relacionados con ambos como son el error y la incertidumbre, pues son sus medidas cuantitativas. Sin embargo, científicamente estos vocablos no son sinónimos, se refieren a conceptos diferentes, tienen significados distintos y en las medidas experimentales tienen que utilizarse adecuadamente.

Las cuatro posibilidades que permiten las parejas error <-> exactitud e incertidumbre <-> precisión se pueden dar en las situaciones reales de un laboratorio. Así, un resultado puede ser preciso y exacto, preciso e inexacto, impreciso y exacto e impreciso e inexacto.

El concepto de probabilidad está implícito en todos los cálculos de errores e incertidumbres y eso requiere necesariamente utilizar una estadística determinada. Tradicionalmente se ha utilizado en todos los cálculos científicos la estadística clásica, o Laplaciana, que utiliza un concepto de probabilidad frecuencial o frecuencista. Hoy día se está comenzando a utilizar también la estadística Bayesiana.

*Foto por *LouBrave* (www.flickr.com)

La incertidumbre es una estimación de la probabilidad. Por ejemplo, cuando pensamos qué decisión tomar ante un problema o situación, tenemos ante nosotros una duda respecto a qué elegir entre un abanico de opciones que se nos presentan como posibles. Lo que realmente hacemos, conscientemente o no, es estimar la probabilidad que tiene cada una de ellas de producirnos un mayor beneficio o utilidad o un menor riesgo o peligro. Estamos, en resumen, estimando probabilidades de beneficio o riesgo. La teoría de la probabilidad nos sirve para poder evaluar, cuantitativamente, las distintas probabilidades en muy diversas situaciones. La evaluación de la probabilidad puede hacerse subjetivamente pero en un laboratorio tiene que realizarse lo más objetivamente posible y cuantitativamente.

INCERTIDUMBRE, ERROR, PRECISIÓN Y EXACTITUD

Cuando efectuamos la medida de una magnitud física, tratamos de establecer su valor en una situación experimental definida. El **procedimiento de medida** es el conjunto de operaciones, descritas explícitamente, que se utilizan para efectuar una medida particular utilizando un método dado, por ejemplo, la determinación cuantitativa de un determinado contaminante en una sustancia. **Mesurando** es la cantidad particular objeto de la medida, como podría ser la actividad radiactiva alfa total de una muestra o el carbonato cálcico contenido en el agua. El resultado de la medida del mesurando suele ser, por lo general, una cantidad positiva y cuantifica un efecto físico. El resultado de la medida es el valor atribuido al mesurando.

Es claro que la magnitud física que pretendemos medir tiene un valor concreto que llamaremos **valor verdadero** pero que, por lo general, es desconocido. Por tanto, en la mayoría de las situaciones lo que hacemos es una **estimación** del valor del mesurando que podrá ser más o menos cercana al valor verdadero. Esta

EJEMPLO: MEDIDA DE LA ACTIVIDAD ESPECÍFICA DE UNA MUESTRA CONTAMINADA CON UN ISÓTOPO.

Se trata de determinar la actividad específica de un isótopo que se supone que está contaminando una muestra. Una vez preparada adecuadamente la muestra junto con una muestra blanca, es decir, una muestra idéntica pero sin el contaminante, se procede a efectuar las medidas correspondientes. El Valor Guía para la actividad específica del isótopo es Vg = 100Bq/g. (Bq/g, Becquerelios por gramo de muestra, 1 Becquerelio es una desintegración por segundo).

Muestra blanca.

Las medidas de la muestra blanca incluyen el posible fondo que pueda tener el equipo.

Los resultados de 8 medidas para la muestra blanca han sido en Bq/g:

x_{0i} = 66,5 - 69,3 - 72,7 - 71,8 - 64,6 - 69,7 - - 69,1 - 64,9 Bq/g

Con ellas se procede a calcular el **Valor Medio**:

$\bar{x}_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=8} x_{0i}$ =(66,5 + 69,3 + 72,7 + + 71,8 + 64,6 + 69,7 + 69,1 + 69,4) / 8 = = **69,1Bq/g**

y la **Desviación Cuadrática Media** (en otras palabras la **Varianza**):

$\sigma_0^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=8}\left(x_{0i} - \bar{x}_0\right)^2 =$

= [(69,1-66,5)^2 + (69,1-69,3)^2 + + (69,1-72,7)^2 + (69,1-75,8)^2 + (69,1-64,6)^2 - - (69,1-69,7)^2 + (69,1-69,1)^2 + (69,1-69,4)^2] / / 7 = **9,3 (Bq/g)^2**

La **incertidumbre** de la medida de la muestra blanca (sin tener en cuenta otras posibles fuentes de incertidumbre) es la raíz cuadrada de la Varianza:

$u_0 = \sqrt{\sigma_0^2}$ **= 3,1 Bq/g** mayor o menor cercanía entre el valor estimado y el valor verdadero es lo que se entiende por **exactitud** y el **error** es la medida de la **exactitud** o en otras palabras, cuánto se separa el valor atribuido al mesurando del valor verdadero. Insisto una vez más que, como el valor verdadero del mesurando, casi siempre, es desconocido, no se puede hablar en tales casos ni de error ni de exactitud.

Cuando se expresa el resultado de la medida de un mesurando es necesario dar una indicación de su calidad, de manera que quien utilice el valor obtenido pueda estimar su fiabilidad. La medida de esa calidad se concreta en la **incertidumbre** del resultado, que no es más que una caracterización de la dispersión de los valores que pueden atribuirse razonablemente al mesurando objeto de la medida. ¿Qué se hace en el laboratorio para dar una buena estimación del mesurando? Todos los científicos lo saben, repetir la medida tantas veces como sea razonable en idénticas condiciones y calcular el valor medio, que se utilizará como valor atribuido al mesurando, y la desviación cuadrática media, que no es más que la varianza, puesto que los valores obtenidos no son todos idénticos. La incertidumbre es una medida de la **precisión**, es una forma de cuantificar lo concentrados o dispersos que se encuentran, alrededor de su valor medio, los distintos resultados que se han obtenido. La incertidumbre es la raíz cuadrada de la varianza y se utiliza porque la varianza tiene las unidades al cuadrado, de las que tenga el valor medio, mientras que la incertidumbre tiene las mismas.

“Si la incertidumbre es pequeña el resultado será preciso, y al contrario si es grande, pero nada sabemos sobre si el resultado es o no exacto.”

Hemos introducido, pues, cuatro conceptos: incertidumbre, precisión, error y exactitud. Está claro, por tanto, que en la mayoría de las situaciones con que nos encontramos en el laboratorio, de lo que podemos y debemos hablar es de incertidumbre y no de error, y si se pudiesen cuantificar ambas, precisión y exactitud, serían dos números distintos y obviamente no mezclables.

Veamos un ejemplo: admitamos que el valor verdadero de una magnitud A, sea $a = 100 \pm 5\nu$, donde ν son las unidades de medida, es decir, conocemos su valor verdadero con bastante precisión pues sólo tiene una incertidumbre de un 5%. Nótese que se trata de la incertidumbre del valor verdadero. Éste dato sería más preciso que si el valor verdadero fuese $a = 100 \pm 50\nu$, donde la incertidumbre sería del 50%. Cuanto menor sea la incertidumbre mayor es la precisión. Si se midiese la magnitud A y se calculase su valor medio que supongamos que fuese $\bar{a} = 70 \pm 5\nu$ tendríamos un valor bastante preciso que atribuimos al mesurando, solamente un 5% de incertidumbre pero no muy exacto, pues el error sería de $e = 100 - 70 = 30\nu$. Si el resultado de la medida hubiese sido $\bar{a} = 70 \pm 50\nu$ habría sido impreciso e inexacto y si hubiese sido $\bar{a} = 95 \pm 5\nu$ habría sido bastante preciso, 5% de incertidumbre, y bastante exacto $e = 100 - 95 = 5\nu$, 95% de exactitud.

Ahora, espero que se haya podido ver, claramente, que error e incertidumbre son dos conceptos muy distintos y cómo un resultado puede ser más o menos exacto, es decir, con poco o mucho error e independientemente ser más o menos preciso, o sea con menor o mayor incertidumbre. La incertidumbre es una medida de la precisión: si la incertidumbre es pequeña el resultado será preciso y al contrario si es grande, pero nada sabemos sobre si el resultado es o no exacto. El error es una medida de la exactitud: si el error es pequeño el resultado será bastante exacto y al contrario si es grande, pero nada sabemos de la precisión. Son dos magnitudes completamente distintas y no tienen que ver la una con la otra. Por desgracia, en la mayoría de las situaciones reales, el error es difícil de conocer e incluso de estimar.


*Foto por *Lodonnec* (www.flickr.com)

INCERTIDUMBRES DE TIPO A Y DE TIPO B

Antiguamente se hablaba en las medidas experimentales de error estadístico y error sistemático. Hoy día se definen dos tipos de incertidumbres denominados **incertidumbres de tipo A y de tipo B**. De tipo *A* son todas las incertidumbres que se pueden caracterizar por una varianza calculada por métodos estadísticos. La incertidumbre de tipo *B* se tiene que expresar también como una varianza aunque el método de cálculo no sea estadístico. Pueden ser evaluadas a partir de distribuciones de probabilidad, supuestas o conocidas, a partir de la propia experiencia o en otras informaciones. Como ejemplo de incertidumbre de tipo B podríamos citar la varianza resultante de un ajuste no lineal por mínimos cuadrados. Es decir, lo que se calcula siempre son varianzas tanto de tipo A como de

A partir de este dato se puede calcular el **Umbral de decisión** y el **Límite de detección.**

El **Umbral de decisión x*** se puede calcular de forma aproximada mediante la expresión $x^* = k_\alpha u_0$. Para una probabilidad $\alpha=0{,}05$, de cometer un error de tipo I el valor de k_α que corresponde es $k_\alpha = 2$ por lo tanto:

$$\mathbf{x^* = k_\alpha u_0 = 2x3{,}1 = 6{,}2\ Bq/g}$$

Si el resultado neto fuese mayor que el Umbral de decisión, **A > x***, se podrá afirmar que en la muestra existe el contaminante. (El efecto físico existe realmente) y proceder a los cálculos correspondientes.

El **Límite de detección $x^\#$**, se puede calcular mediante varias formulas aproximadas, la más simple de todas es que el Límite de detección es el doble del Umbral de decisión, si usamos esta sencilla aproximación, $x^\# \approx 2x^*$, se obtiene:

$$\mathbf{x^\# \approx 2x^* = 2x6{,}2 = 12{,}4\ Bq/g}$$

El Valor Guía es **Vg = 100Bq/g**. Como el límite de detección es bastante inferior, **12,4 Bq/g < 100 Bq/g**, los equipos y métodos de medida son adecuados para la realización de la medida.

Resultados de la medida de la muestra.

Los resultados de la medida de la muestra con contaminante han sido:

x_i = 731,9 - 714 - 786 - 713 - 767 - 803,5 - - 772 - 683 Bq/g

Valor medio:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=8} x_i = (731{,}9 + 714 + 786 + 713 + 767 + 803{,}5 + 772 + 683)/8 = \mathbf{746{,}3\ Bq/g}$$

tipo B. La expresión final de la incertidumbre refleja la suma de ambas, puesto que la varianza de la suma es la suma de las varianzas. La ***incertidumbre total*** es la raíz cuadrada de la varianza total final y se suele denotar por u. En su cálculo se han debido de tener en cuenta todas las posibles causas de incertidumbre a través de sus respectivas varianzas. El cálculo de incertidumbres no es más, por tanto, que el cálculo de varianzas.

Aunque se tiene la tentación de identificar ambos tipos de incertidumbres, A y B, con los antiguos errores estadístico y sistemático, pues aparentemente parecen los mismos, no debe ni puede hacerse. En primer lugar porque son incertidumbres y no errores y en segundo lugar son siempre varianzas y no algo indefinido que no se sabía lo que era ni como tratarlo, como era el error sistemático. La desviación estándar, que se calcula a partir de un conjunto de resultados experimentales o a partir de la distribución estadística de los mismos, es todo o parte de la incertidumbre de tipo A.

La incertidumbre total es una medida del nivel de confianza del resultado e indica cuál es la probabilidad de que el resultado de una medida se encuentre dentro de los límites marcados por la misma. El **intervalo de confianza** son dos valores del mesurando que definen un intervalo, que contiene al valor medido con una cierta probabilidad. Se define de forma que la probabilidad, de que el resultado de una medida del mesurando esté fuera del intervalo de confianza, sea $\gamma/2$ de que se encuentre por arriba y $\gamma/2$ de que se encuentre por abajo, lo que implica que no tiene por qué ser simétrico respecto al valor asignado al mesurando.

Por tanto γ es la probabilidad de que un resultado se encuentre fuera del intervalo de confianza y $1-\gamma$ es la de que esté dentro.

La probabilidad $1-\gamma$ se denomina **nivel de confianza** y es, por tanto, la probabilidad de que un resultado se encuentre dentro del intervalo de confianza. Se suele tomar la anchura del intervalo de confianza como la incertidumbre calculada a partir solamente de la varianza, σ de una distribución Normal, en tal caso el nivel de confianza resultaría ser del 68,27%. Cuando se ha definido un valor de γ de antemano, y se desea un nivel de confianza mayor que el dado por σ, se suele utilizar la incertidumbre expandida, que no es más que el resultado de multiplicar la incertidumbre total calculada (suma de las de tipo A y de tipo B) por un factor, llamado factor de cobertura, k, que, en resumen, aumenta el nivel de confianza. Se suelen utilizar distribuciones Gaussianas y de forma estándar, k = 2 que corresponde a niveles de confianza del 95,45%.

ERRORES DE TIPO I Y DE TIPO II

Se definen dos tipos de errores llamados de ***tipo I*** y de ***tipo II***, también llamados errores de primera y segunda clase o de primera y segunda especie. Aquí, como veremos, se puede hablar con pleno sentido de error.

*Foto por *journeyman62* (www.flickr.com)

Se comete un error de tipo I, o de primera clase, cuando afirmamos que un efecto físico existe o está presente en la muestra bajo medida cuando realmente no lo está con una cierta probabilidad, α, de estar equivocados. Es decir, el posible resultado que obtenemos de nuestra medida lo atribuimos al mesurando y afirmamos que el efecto buscado está presente con una cierta probabilidad, α, de estar equivocados. Un ejemplo sería afirmar que una muestra tiene un contaminante cuando realmente no lo tiene. Es muy importante, en este concepto, hacer explicita la probabilidad de estar en lo cierto o su complementario de estar equivocado. Lo más común es utilizar una probabilidad α=0,05 de estar equivocado.

Se comete un error de tipo II, o de segunda clase, cuando se afirma que un efecto físico no está presente en la muestra bajo medida cuando realmente sí lo está con una probabilidad, β, de estar equivocados. Un ejemplo sería afirmar que no está presente un contaminante en una muestra cuando realmente sí que está. Como vemos, es correcto hablar, en estos casos, de errores pues contrastan la medida y la realidad.

Aunque no hay ninguna razón para que las probabilidades α, β y γ sean iguales, en la práctica sí se hace así y es bastante frecuente que se tome $\alpha = \beta = \gamma = 0{,}05$

Lo que hay implícito en lo que hemos descrito, como errores de tipo I y II, es un Test de Hipótesis. Se acepta la hipótesis H0 nula: el efecto que se quiere medir no existe realmente. Esto implica que la distribución estadística de los resultados netos de medida, que el teorema del límite central nos permita asignar a una distribución normal, debería estar centrada en el cero como podría ser la curva azul de la figura final. La hipótesis complementaria H1 es suponer que el efecto que se quiere medir existe

Desviación cuadrática media:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum\left(x_i - \overline{x}\right)^2 =$$

= [(746,3-731,9)² + (746,3-714)² +
+ (746,3-786)² + (746,3-713)² +
+ (746,3-767)² + (746,3-803,5)² +
+ (746,3-772)² + (746,3-683)2] /
/ 7 = **1.757,6 (Bq/g)²**

La incertidumbre de los resultados con k=1 y sin tener en cuenta otras posibles fuentes de incertidumbre es:

$$u = \sqrt{\sigma^2} = 41{,}9\ \mathrm{Bq/g}$$

El **Valor neto de la actividad específica** es por tanto:

$$A = \overline{x} - \overline{x}_0 = 746{,}3 - 69{,}1 = 677{,}2\ \mathrm{Bq/g}$$

Como el resultado neto **A = 677,2 Bq/g** es mayor que el umbral de decisión **x*=6,2Bq/g**, [A > x*, 677,2Bq/g > 6,2Bq/g], se puede afirmar que en la muestra existe el contaminante, con una probabilidad $\leq \alpha$ de cometer un error de tipo I. En este caso α=0,05 pues el umbral se ha calculado con k=2.

La incertidumbre total contando sólamente la debida a las medidas es, (se suman las varianzas) es:

$$u(k=1) = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma^2} = \sqrt{9{,}3 + 1757{,}6} =$$

$$= \sqrt{1766{,}9} = 42{,}1\ \mathrm{Bq/g}$$

La **incertidumbre expandida**, con **k=2**, que es la situación más común, sería:

u(k=2) = 2xu(k=1) =2x42,1 = **84,2 Bq/g**

El resultado final neto se puede expresar por tanto como:

Actividad neta: A = 677,2 ± 84,2 Bq/g (k=2)

realmente. En este caso la distribución estadística de los resultados netos de la medida no estará centrada en el cero, como se refleja en la curva roja de dicha figura.

LOS LÍMITES DE DECISIÓN. UMBRAL DE DECISIÓN Y LÍMITE DE DETECCIÓN

Supongamos que la función densidad de probabilidad de la distribución de medidas sea G(x/ μ,σ), donde x es una variable aleatoria, cuyos valores son los posibles resultados de nuestra medida de la magnitud X, μ es el valor esperado de la distribución y σ es una medida de la anchura de la distribución. Un ejemplo típico sería la distribución normal o de Gauss:

$$G(x\,|\,\mu,\sigma) = N\,e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

que son las conocidas curvas de campana dibujadas en la figura en unidades arbitrarias. En este caso μ indica el centro de la curva y es, además, el máximo valor de la distribución, y σ es una medida de la anchura de la Gaussiana.

Supongamos dos situaciones de medida. En la primera medimos una muestra en la que no existe el mesurando, la distribución de resultados netos debería ser una curva centrada en el origen de coordenadas puesto que $\mu=0$. Curva azul en la figura. En la segunda medimos una muestra que contiene al mesurando. En este caso la distribución de resultados reflejaría $\mu\neq0$ curva roja. Nótese que las anchuras de ambas curvas son diferentes. Si no se utilizasen resultados netos, lo único que ocurriría es un simple desplazamiento en el eje de abscisas que es irrelevante para el razonamiento. Si se normalizasen ambas funciones a un área unidad, se obtendrían las distribuciones de densidad de probabilidad de encontrar un resultado. El valor de la variable se encuentra en el eje de abscisas, x, y la probabilidad está dada por la ordenada correspondiente. La probabilidad de obtener un resultado comprendido entre dos valores x1 y x2 no es más que el área subtendida por la curva correspondiente entre esos dos valores. La función Gaussiana normalizada a un área unidad es:

$$G(x\,|\,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\,e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

y esta representada en la figura como curva azul en el caso $\mu=0$ y como curva roja en el caso $\mu\neq0$.

Si ahora hiciésemos una medida de una muestra, y el resultado fuese distinto de cero, por ejemplo, x=a en la figura, ¿qué podríamos decir respecto a la existencia o no del efecto físico bajo medida?, ¿existe realmente? o en otras palabras, ¿a qué curva lo atribuimos? ¿a la azul o a la roja? ¿y a cual la atribuiríamos si hubiese sido x=b?

Si conociésemos ambas curvas sería claro que, para x=a, la curva azul está por encima de la curva roja y, por consiguiente, es más probable que el resultado se asignase a lo que reflejase dicha curva, es decir, el efecto no está presente. Si por el contrario, el resultado hubiese sido x=b, para ese valor la curva roja se encuentra por encima de la azul. Es más probable que estemos midiendo algo correspondiente a dicha curva, es decir, estamos detectando un efecto físico. Pero estas curvas nos permiten saber más. Justamente en el punto de cruce se encuentra el valor x = x* y para él ambas probabilidades son iguales. Este punto se denomina **Umbral de Decisión o Límite Crítico**. Nótese que x* define un área en la curva azul denotada por α que no es más que la probabilidad de que aparezca un resultado entre x* e infinito, cuando estamos midiendo una muestra sin efecto físico. En otras palabras, nos dice que α es la probabilidad de cometer un error de tipo I si afirmamos, cuando aparece como resultado de una medida un valor x > x*, que se trata de un valor asignable a un mesurando, en una muestra en la que el efecto físico no está presente.

"Es el Umbral de Decisión lo que corresponde a la mínima cantidad del mesurando que se puede determinar en ese laboratorio."

En rigor, la definición de umbral de decisión x* se hace al revés, se determina en un experimento lo que podríamos llamar fondo del equipo, es decir, los resultados que se obtienen de una muestra blanca, una muestra en la que no existe en mesurando que se quiere determinar. A continuación se fija, a priori, el valor de α o, en otras palabras, se especifica la probabilidad de equivocarnos al cometer un error de tipo I. Finalmente, se procede a determinar la coordenada x=x* para la que el área de la curva a partir de ella sea precisamente α. Matemáticamente, el Umbral de Decisión se define como aquel valor x=x* tal que fijado un valor de α se verifique:

$$\alpha = \int_{x^*}^{\infty} G(x\,|\,0,\sigma_0)\,dx$$

y el informe final debería incluir además:

Umbral de decisión: x* = 6,2 Bq/g

Límite de detección: x# = 12,4 Bq/g

Valor Guía Vg = 100 Bq/g

La precisión en este caso (k=2) habría sido:

p = 84,2x100 / 677,2 = 12,43%

Error y Exactitud.

Supóngase que se conociese el Valor verdadero y que fuera **x_V= 659,4 Bq/g**

Conociendo el Valor verdadero se puede calcular el error y la precisión.

El **error** cometido habría sido **e** = |659,4-677,2| = **17,8 Bq/g**

La **exactitud** habría sido **ex** = 17,8x100 / / 659,4 = **2,70%**

Error de tipo II.

Si se hubiese afirmado que la muestra blanca no tenía contaminante, x_{oi} = 0 se habría cometido en su medida un error de tipo II. (Decir que no existe el contaminante cuando realmente si lo está).

Las medidas de la muestra con contaminante habrían estado equivocadas al tomar el valor medio de los resultados brutos de medida 746,3 Bq/g como valor neto en vez de 677,2 Bq/g.

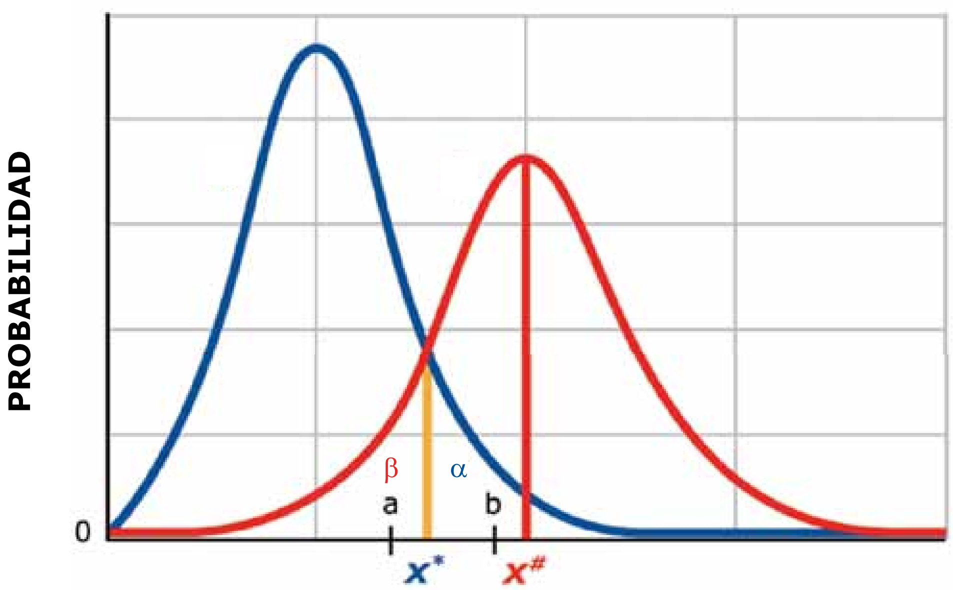
Esto habría supuesto un error de e= |746,3-659,4|= 86,9 Bq/g en vez de 17,8Bq/g y una exactitud de ex=86,9 x100/659,4 =13,18% en lugar del 2,70%. Es decir casi cinco veces más.

si se refiere a los resultados netos, $\mu=0$. Si no fuese así habría un desplazamiento lineal de las abscisas, x, dado por un valor de μ. Esta ecuación integral no es fácil de resolver y en la práctica real se realiza una serie de aproximaciones para simplificar el cálculo en cada situación concreta. Cálculo en que no vamos a entrar aquí.

El Umbral de Decisión es, por tanto, aquel valor del mesurando, x*, a partir del cual se puede afirmar que el efecto físico a medir existe realmente con una probabilidad determinada, α, de cometer un error de tipo I. (caso x=b del ejemplo). El Límite de Detección, $x^{\#}$, es un concepto más sutil. Una vez establecido el Umbral de Decisión x* se trata de encontrar qué hipotético valor del mesurando $x = x^{\#}$ debería tener el máximo de una distribución en la que esté presente el mesurando tal que el área de la curva a la izquierda de x* sea una probabilidad β fijada de antemano. Matemáticamente es calcular $x^{\#}$ mediante la ecuación integral:

$$\beta = \int_{-\infty}^{x^*} G\left(x \mid x^{\#}, \sigma\right) dx$$

que es muy difícil de resolver, por lo que en la práctica se realizan varias aproximaciones entre ellas $\beta=\alpha$. En otras palabras, si afirmásemos que no existe el mesurando ante un resultado comprendido entre -∞ y x* (caso a de la figura) estaríamos cometiendo un error de tipo II con una probabilidad β. Este área β esta dibujada en la figura y no es más que el área existente entre el valor x = -∞ y el Umbral de Decisión x = x*, dado por la curva correspondiente a los datos de medida con muestra (Curva roja). Por definición, el límite de detección, $x^{\#}$, es mayor que el umbral de decisión, x*.



Curvas de Gauss normalizadas para las hipotéticas situaciones de un muestra sin mesurando, (curva azul) y con mesurando (curva roja). Están señalados el Umbral de Decisión x*, el Límite de detección $x^{\#}$, las áreas α y β y los posibles resultados de medida a y b.

¿Para qué sirven estos límites?. El Umbral de Decisión, x*, es el que nos indica si un resultado de medida, x, es atribuible o no al mesurando. Si x > x* sí es atribuible y la probabilidad de equivocarnos, cometiendo un error de tipo I, es α. Si x < x* el resultado no puede atribuirse al efecto físico, cometiendo un error de tipo II con probabilidad, β. En este caso, sin embargo, no puede concluirse que el efecto físico esté ausente pues lo único que ha ocurrido es que no se ha detectado. La utilidad del Limite de detección, $x^{\#}$, es asegurar que, cuando es inferior al valor guía, el procedimiento de medida y los equipos utilizados son válidos para la medida del mesurando que se están realizando. Se puede utilizar, también, para comparar equipos y métodos de dos laboratorios de medida. En este caso, el de menor límite de detección es el mejor para esa medida y, también, para comparar nuestros resultados con los valores guía, Vg, impuestos por las normas, las administraciones o el cliente. Por ejemplo, la administración fija las cantidades de los distintos contaminantes que puede contener el agua de bebida. Esos valores son los Valores Guía, Vg, para esos contaminantes. Si nuestro Límite de Detección es superior al valor guía, $x^{\#}$ >Vg, nuestro sistema de detección o nuestros equipos y métodos no son adecuados para esa medida y deben modificarse para poder proceder a efectuarla. Lo más común, en este caso, para rebajar el límite de detección es reducir el fondo del equipo.

Es muy importante insistir en que el límite de detección, $x^{\#}$, no es la mínima medida o cantidad de ese mesurando que se puede detectar en ese laboratorio. Este límite no se puede utilizar para esta determinación y es una gran equivocación el hacerlo aunque por desgracia el nombre de "límite de detección", que se conserva para esta magnitud por razones históricas, se presta a todo tipo de equivocaciones e interpretaciones incorrectas. Es el Umbral de Decisión, x*, lo que determina si un mesurando está o no presente y, si lo está, se puede proceder a su determinación y, por lo tanto, es el Umbral de Decisión lo que corresponde a la mínima cantidad del mesurando que se puede determinar en ese laboratorio.

Deseo agradecer finalmente a los profesores J. Alberto Carrión y Santiago Rodríguez y a la Dra. Lourdes Romero la lectura crítica del manuscrito y sus sugerencias que, sin duda, han contribuido a mejorarlo.

Rafael Núñez-Lagos

Miembro del Senatus Científico
Dpto. de Física Teórica
Facultad de Ciencias
Universidad de Zaragoza

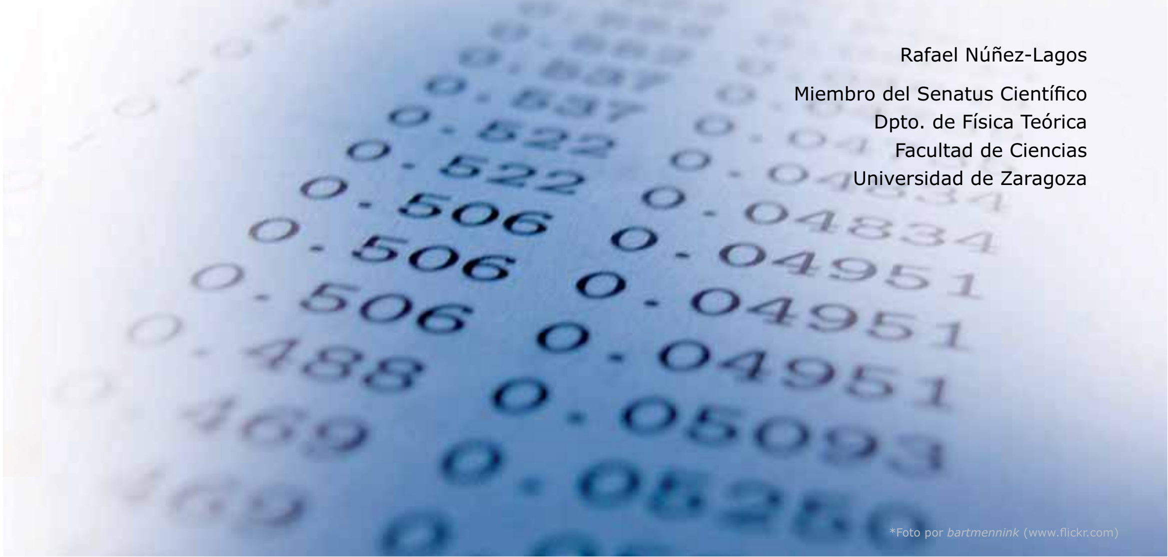


*Foto por *bartmennink* (www.flickr.com)