

MATEMÁTICAS EN LOS BOLSILLOS: LOS DÍGITOS DE CONTROL

POR MARIANO GASCA

“Cada vez está más extendido el uso de dígitos de control para todo”.



Matemáticas en los bolsillos: los dígitos de control

C ¿QUÉ SON LOS DÍGITOS DE CONTROL?

Cada vez está más extendido el uso de dígitos de control para todo. Se usan principalmente para detectar errores en el tecleo o transmisión de datos.

Veamos un ejemplo sencillo, pero antes recordemos la regla de divisibilidad por 9 aprendida en la escuela: un número x es divisible por 9, (es decir x es múltiplo de 9) si lo es la suma de sus cifras. Así 4988 no es múltiplo de 9, porque 29 no lo es, pero en cambio 4968 sí, porque 27 es múltiplo de 9.

Supongamos que un comerciante tiene en su almacén cerca de un millar de productos diferentes y que por simplicidad le asigna un número de 3 cifras a cada producto. No es necesario que los números sean correlativos. Si tiene que enviar por correo un producto con el número 476 y su empleado teclea por error 416, confundiendo el 7 con el 1 en la orden que le han pasado, el envío no será correcto: cualquier error al teclear producirá devolución del envío. Supongamos ahora que todos los productos son reenumerados, añadiendo una cuarta cifra de manera que el número de cuatro cifras resultante sea siempre múltiplo de 9. Así el producto 476 será reenumerado como 4761, el 416 como 4167 y el 306 como 3060. Los productos del almacén serán numerados 0018, 0027, 0036,... en lugar de 001, 002, 003,...

Si ahora le ordenan al empleado enviar el producto 4761 y hace el mismo error que antes, confundir un 7 con un 1, tecleará 4161 y el ordenador le dirá que ese producto no existe. Ese cuarto dígito añadido a cada producto es un *dígito de control*.

Naturalmente este sistema de control es demasiado obvio y fácil de burlar. Un baile de dígitos,

teclear 3258 en lugar de 3528 no será detectado como error, por ejemplo. Por eso los sistemas para calcular los dígitos de control son mucho más sofisticados, pero generalmente basados en principios análogos al anterior, como vamos a ver.

Antes recordemos que dos números enteros positivos x , y , son congruentes módulo z (otro entero positivo) cuando x e y dan el mismo resto r al ser divididos por z . Pues bien, muchos sistemas de control se basan en las congruencias módulo 10 o módulo 11. El *algoritmo de Luhn* (ver por ejemplo https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Luhn) tiene su origen en los años 50, se suele usar en tarjetas de crédito y está basado en el módulo 10.

LAS TARJETAS DE CRÉDITO

Las tarjetas de crédito suelen usar 16 dígitos, de los cuales los 6 primeros identifican a la entidad emisora. En particular el primero indica si es una entidad financiera, una compañía aérea, etc. Por ejemplo las tarjetas Visa suelen comenzar con 4. Los siguientes 9 dígitos identifican la cuenta a la que está asignada la tarjeta y el último es un dígito de control, calculado habitualmente por el algoritmo de Luhn. Se multiplican los dígitos situados en lugares impares (de izquierda a derecha) por 2 y si el resultado de alguno de ellos es igual o mayor que 10 se le reemplaza por la suma de sus dos cifras. Luego se suman todos los resultados con los dígitos de la tarjeta situados en lugares pares y del resultado total nos quedamos con la cifra de las unidades. Restando de 10 la cifra obtenida resulta el dígito de control que se coloca al final, es el dígito número 16 de la tarjeta.

Ejemplo ficticio: tarjeta cuya numeración comienza 5322 1248 0071 210. En la primera fase resultan 10, 4, 2, 8, 0, 14, 4, 0, de

los cuales guardamos 1, 4, 2, 8, 0, 5, 4, 0, que sumados con los de lugar par de la tarjeta: 3, 2, 2, 8, 0, 1, 1 dan un total de 41 con lo que el dígito de control de la tarjeta sería $10 - 1 = 9$, que se añadiría al último bloque para dar en la tarjeta 2109.

Análogamente, en los algoritmos de módulo 11 a cada dígito del número base para el que se va a calcular el de control se le multiplica por un factor determinado, se suman los resultados y al total se le calcula su resto al dividirlo por 11. El resultado de lo anterior se lo restamos a 11 y ese será el dígito de control. Si el resultado final fuera 10 el dígito de control será 1 y si fuera 11 el dígito de control será 0.

LAS CUENTAS BANCARIAS

El identificador español de cuenta bancaria de 20 dígitos (CCC, es decir Código Cuenta Cliente) consta de varios bloques. Los cuatro primeros dígitos identifican a la entidad bancaria y los cuatro siguientes a la oficina de esa entidad. Les siguen dos dígitos de control y por último 10 dígitos propios de la entidad bancaria para identificar la cuenta concreta. De los dos dígitos de control el primero se refiere al bloque de 8 de la entidad y oficina y el segundo al bloque de 10 que constituye la cuenta. Ambos están basados en algoritmos de módulo 11 que sería prolijo describir pero que pueden encontrarse en Internet. Del bloque final de 10 dígitos de

“Las tarjetas de crédito suelen usar 16 dígitos, de los cuales los 6 primeros identifican a la entidad emisora”.



Matemáticas en los bolsillos: los dígitos de control

la cuenta, el último o últimos suelen ser también dígitos de control del propio banco.

Por tanto puede decirse que de los 20 dígitos probablemente hay cuatro de control, lo que hace muy seguro al sistema.

Desde hace unos años se ha antepuesto a los veinte dígitos el IBAN (International Bank Account Number) que consta de un bloque de dos letras y dos dígitos de control. Las letras identifican al país (ES para España) y los dígitos en España se calculan dividiendo el número de los 20 dígitos, ampliado con 6 cifras escogidas más, por 97 y luego tomando el complemento a 98 del resto.

EL DOCUMENTO NACIONAL DE IDENTIDAD

En el caso del DNI español, el control es efectuado por una letra. Cada DNI lleva un número distinto de 8 cifras que identifica

al poseedor, pero le sigue una letra que se calcula fácilmente. Se halla el resto entero de dividir ese número de 8 cifras (la primera puede ser 0) por 23 y se busca el número obtenido (entre 0 y 22) en una tabla que asigna a cada resto una letra:

0=T - 1=R - 2=W - 3=A - 4=G - 5=M - 6=Y
7=F - 8=P - 9=D - 10=X - 11=B - 12=N
13=J - 14=Z - 15=S - 16=Q - 17=V - 18=H
19=L - 20=C - 21=K - 22=E.

Así, por ejemplo, al DNI 18158031, cuyo resto al dividirlo por 23 es 14, le corresponde una Z.

Con este algoritmo, tan fácil de burlar porque bastaría sumar o restar un múltiplo de 23 al del DNI para obtener la misma letra, se ejerce un mínimo control de errores que antes de la instauración de la letra final, hace bastantes años, no existía. Por supuesto el baile de dígitos en el número del DNI es detectado habitualmente como error a no ser que casualmente el número obtenido sea congruente con el anterior, módulo 23, o sea que la diferencia sea múltiplo de 23.

LOS BILLETES DE EUROS

Desde la introducción del euro a principios del tercer milenio se decidió que hubiera billetes de 5, 10, 20, 50, 100, 200 y 500 euros. Las dimensiones de los billetes van creciendo con el valor. Todos ellos muestran en el diseño ejemplos de distintos estilos arquitectónicos europeos ordenados cronológicamente de menor valor a mayor valor, no muestran monumentos reales y dedican una de las caras a puertas o

ventanas y la otra cara a un puente, siempre del estilo correspondiente. Además de tener todos ellos elementos comunes, como la bandera europea, las iniciales del Banco Central Europeo en distintos idiomas, la firma del presidente de ese banco y elementos de seguridad también llevan marcado en el reverso dos veces un número de serie para cada billete. En la serie inicial de estos billetes el número comienza con una letra que identifica al país emisor y que se asignaba ordenando alfabéticamente los 15 países de entonces y dándoles la letra según orden alfabético inverso del alfabeto internacional. Así por ejemplo España recibió la V, Francia la U e Italia la S. Le seguían 10 dígitos y un undécimo dígito de control, que en este caso no es nada complicado: sumando los 11 dígitos con el que corresponde a la letra en el alfabeto internacional (el 22 para la V) debe dar un número congruente con 8 módulo 9. Así el número de serie V27859573975 cumple la norma porque $22+2+7+8+5+9+5+7+3+9+7+5=89$, cuyo resto al dividir por 9 es 8.

Las sucesivas ampliaciones de la Unión y las cambiantes normas de seguridad obligaron a que la serie inicial esté siendo sustituida por la llamada serie Europa. En 2013 se lanzaron nuevos billetes de 5 euros, en 2014 los de 10 y en 2015 los de 20, y así seguirán lanzando los de más valor. Manteniendo el mismo estilo han actualizado el mapa de los miembros y han mejorado los sistemas de seguridad. En cuanto al número de serie ya ha cambiado el sistema. Ahora hay dos letras iniciales, de las cuales la primera identifica a la fábrica impresora, habiendo desaparecido la identificación del país. Sin embargo la Fábrica de Moneda y Timbre de Madrid tiene la V, como antes España. La segunda letra simplemente es para ampliar los números de serie. Otra novedad es que a las dos letras les siguen 16 dígitos, diez de ellos en horizontal y los 6 siguientes en vertical en el centro del billete. Y no se repite como en la serie inicial, aparece una sola vez.



Matemáticas en los bolsillos: los dígitos de control

LOS CÓDIGOS DE BARRAS EN EL SUPERMERCADO

La mayoría de los productos que se venden envasados en las tiendas y supermercados llevan un identificador para que las cajas hagan la cuenta rápidamente. Es un código numérico que también aparece en forma de barras negras sobre un recuadro blanco para que mediante un lector de códigos de barras se transmita la información para saber el precio. Básicamente el lector lanza un rayo laser que se refleja en las barras y ese reflejo es transformado en la información numérica que identifica al producto. En Europa el código más corriente actualmente es el EAN 13 (EAN, de European Article Number). Consta de 12 dígitos más uno de control. Las barras, con sus distintos grosores y sus espacios en blanco no hacen más que representar los números que aparecen debajo, como el sistema Braille representa número y letras mediante puntos en relieve.

En el sistema EAN 13 los primeros dígitos identifican al país de origen (para España 84), luego siguen los de la empresa productora y después los del propio producto, hasta completar 12 dígitos. Finalmente el decimotercero es el de control y se calcula como sigue. De los 12 dígitos se suman los de lugar par y el resultado se multiplica por 3. A esto se le suman los de lugar impar y el total se resta a la decena inmediata superior. El resultado es el dígito de control, siendo 0 si aquel diera una decena exacta. Así para un producto con código 841030034902 sumamos $4+0+0+3+9+2$, que multiplicado por 3 da 54. Sumamos $54+8+1+3+0+4+0=70$ y por tanto el código

“Las barras, con sus distintos grosores y sus espacios en blanco no hacen más que representar los números que aparecen debajo”.

EAN 13 de nuestro producto sería 8410300349020. Para un producto codificado con 123456789061 el resultado es 94 y el dígito de control sería 6.



Similar es el sistema usado en Estados Unidos y Canadá, el UPC (Universal Product Code), con 12 dígitos incluido el de control que se calcula análogamente al EAN.

EL CÓDIGO DE BARRAS DE LOS LIBROS

El ISBN (International Standard Book Number) es un identificador para libros de inspiración similar al EAN en cuanto a la presentación de las barras, en cuanto al número de dígitos y en la forma de calcular el dígito de control. Sin embargo, en los libros los 3 primeros dígitos son 978, con la idea de seguir con 979 cuando se agoten los códigos con 978. Les sigue el identificador de país, el del editor, el del artículo y por último el de control. En España los libros comienzan su ISBN con 97884.

Hasta 2007 funcionaba un ISBN con 10 dígitos, sin anteponer 978 y el dígito de control, que era el décimo, se calculaba de distinta manera: se multiplicaba el primer dígito por 10, el segundo por 9, el tercero por 8 y así sucesivamente hasta el noveno, que se multiplicaba por 2, se sumaba todo y el dígito de control era lo que le faltaba a esa suma para ser múltiplo de 11. Si lo que faltaba era 10 se ponía X como dígito de control. Para calcular el ISBN actual se le antepone 978 pero se recalcula el dígito de control mediante el sistema EAN.

Para revistas y periódicos se usa el ISSN (International Standard Serial Number).



www.bookicious.com

CONCLUSIÓN

Muchos otros códigos identificadores existen para traducir a números largas direcciones o instrucciones. Por ejemplo el Código Postal español o el mucho más sofisticado y detallado de Estados Unidos. No todos los códigos usan dígitos de control. En cuanto a estos, los lectores de más edad quizás recuerden que en algunas escuelas infantiles de hace muchos años se enseñaba la llamada *prueba del nueve* para controlar que una multiplicación estaba bien hecha. Realmente, como ocurría en el ejemplo introductorio a este artículo basado en el mismo principio, no garantizaba que no hubiera error pero si fallaba sí garantizaba un error.

Hay actualmente muchos sistemas de códigos de barras, pero los anteriores son los más populares. Después han surgido también códigos bidimensionales (Datamatrix, QR, PDF417,...) para almacenar mucha más información, pero esto ya queda fuera del alcance de este artículo.

Mariano Gasca

Miembro del Senatus Científico
Facultad de Ciencias
Universidad de Zaragoza

“El ISBN (International Standard Book Number) es un identificador para libros de inspiración similar al EAN (European Article Number)”.